

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dengan Analisis Data Menggunakan Software R

Yulianti Talungke¹, Nelson Nainggolan², Djoni Hatidja³

¹Program Studi Matematika, FMIPA, UNSRAT Manado, talungkeyulianti@yahoo.co.id

²Program Studi Matematika, FMIPA, UNSRAT Manado, bapaivana@yahoo.com

³Program Studi Matematika, FMIPA, UNSRAT Manado, dhatidja@yahoo.com

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah menganalisis data model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menggunakan *software* R. Data yang digunakan adalah data inflasi di Kota Manado, Palu, dan Makasar periode bulan Januari 2010 sampai dengan bulan Desember 2014. Data diolah menggunakan *software* R, mulai dari menginput data, memplotkan data, menaksir parameter, membuat model, sampai uji diagnostik. Hasil penaksiran parameter model GSTAR untuk data inflasi tiga lokasi memberikan taksiran parameter 0.085, 0.022, 0.380 dan 0.245, 0.458, 0.164. sehingga diperoleh model GSTAR untuk tiga lokasi adalah

$$\hat{Z}_1(t) = 0.085Z_1(t-1) + 0.1225Z_2(t-1) + 0.1225Z_3(t-1)$$

$$\hat{Z}_2(t) = 0.022Z_2(t-1) + 0.214Z_1(t-1) + 0.214Z_3(t-1)$$

$$\hat{Z}_3(t) = 0.380Z_3(t-1) + 0.082Z_1(t-1) + 0.0820Z_2(t-1).$$

Kata Kunci: Model GSTAR, *Software* R, *Time Series*

Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Model with Data Analysis Using R Software

Abstract

The purpose of this research is to *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) data model using R software. Data that used in this analysis are inflation data in Manado, Palu, dan Makasar from period Januari 2010 until December 2014. It used R software to process from input data, plot data, estimate parameter, made model and until diagnostic test. The result of GSTAR's estimating parameter model in three different are 0.085, 0.022, 0.380 dan 0.245, 0.458, 0.164. so that the GSTAR's model for three location are

$$\hat{Z}_1(t) = 0.085Z_1(t-1) + 0.1225Z_2(t-1) + 0.1225Z_3(t-1)$$

$$\hat{Z}_2(t) = 0.022Z_2(t-1) + 0.214Z_1(t-1) + 0.214Z_3(t-1)$$

$$\hat{Z}_3(t) = 0.380Z_3(t-1) + 0.082Z_1(t-1) + 0.0820Z_2(t-1).$$

Keywords: GSTAR Model, *Software* R, *Time Series*

1. Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak dijumpai data tersebut. Untuk meramalkan data dengan jenis tersebut dapat digunakan metode peramalan yang dapat menggabungkan kedua unsur tersebut. Model yang dapat menggabungkan unsur waktu dan lokasi disebut model *space time*. Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menghasilkan model *space time* dengan parameter-parameter yang tidak harus sama untuk waktu maupun lokasi[1]. Dalam menganalisis data untuk model GSTAR digunakan *software* untuk membantu mempermudah dalam perhitungan.

Ada beberapa *software* yang dapat digunakan, misalnya Minitab, S-Plus, dan lain-lain. R juga merupakan salah satu *software* yang dapat digunakan. Banyak keunggulan yang ditawarkan oleh *software* R, misalnya bersifat *multiplatforms* (tersedia untuk sistem operasi *windows*, *Linux*, *Macintosh* dan *Unix*), reliabilitas dari *software* yang baik, ketersediaan *update* dan *library* yang lengkap, fasilitas *help* untuk pengguna yang bersifat *free of charge*, dan lain-lain. Fungsionalitas dan kemampuan dari R sebagian besar diperoleh dari *Add-on packages/library*[2].

Penelitian ini merupakan tindak lanjut dari penelitian sebelumnya, tentang model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) pada prediksi harga beras di beberapa kabupaten/kota yang menggunakan *software* S-Plus dalam penentuan parameter-parameternya[3]. Namun dalam penelitian ini, untuk analisa model GSTAR digunakan *software* R.

2. Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan perluasan dari model STAR. Perbedaan mendasar antara keduanya adalah pengasumsian parameternya. Pada model STAR parameternya tidak bergantung pada lokasi, sehingga model STAR hanya sesuai untuk lokasi-lokasi yang homogen. Sedangkan pada model GSTAR, parameter model berubah-ubah untuk setiap lokasi.

Model GSTAR orde p dirumuskan sebagai berikut [4] :

$$Z_t = \sum_{s=1}^p [\phi_{s0} + \sum_{k=1}^{\lambda_s} \phi_{sk} w^k] Z_{(t-s)} + \epsilon(t) \tag{1}$$

Persamaan model GSTAR dengan menggunakan 3 lokasi yang berbeda dalam bentuk matriks ditulis sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{21} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1(t) \\ \epsilon_2(t) \\ \epsilon_3(t) \end{bmatrix} \tag{2}$$

Matriks bobot w dalam lag spasial l berupa matriks bujur sangkar ($N \times N$) yang dapat dituliskan dengan :

$$\begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Penentuan bobot matriks w dalam lag spasial l secara umum bergantung pada cara melihat lokasi. Pemilihan bobot lokasi adalah salah satu permasalahan utama dalam pemodelan GSTAR. Bobot seragam hanya ditentukan oleh jumlah dari lokasi tertentu dengan range jarak tertentu. Bobot seragam dihitung dengan rumus

$$w_{ij} = \frac{1}{n_i} \tag{3}$$

Bobot lokasi digunakan untuk data yang lokasinya homogen atau mempunyai jarak antar lokasi yang sama.

Penaksiran parameter model GSTAR dilakukan menggunakan metode kuadrat terkecil dengan meminimumkan jumlah kuadrat simpangannya. Maka model persamaan untuk lokasi ke- i dapat ditulis sebagai berikut.

$$Y_i = X_i \beta_i + \epsilon_i \tag{4}$$

$$Y_i = \begin{bmatrix} Z_i(i-1) \\ Z_i(i-2) \\ \vdots \\ Z_i(i-T) \end{bmatrix}, X_i = \begin{bmatrix} Z_i(0) & V_i(0) \\ Z_i(1) & V_i(1) \\ \vdots & \vdots \\ Z_i(i-T) & V_i(T-1) \end{bmatrix}, \text{ dan } \epsilon_i = \begin{bmatrix} \epsilon_i(1) \\ \epsilon_i(2) \\ \vdots \\ \epsilon_i(T) \end{bmatrix}$$

Persamaan model untuk semua lokasi secara serentak mengikuti struktur model linear $Y = X\beta + \epsilon$, dengan $Y = (Y_1', \dots, Y_N')$, $X = \text{diag}(X_1, \dots, X_N)$, $\beta = (\beta_1', \dots, \beta_N')$, dan $\epsilon = (\epsilon_1', \dots, \epsilon_N')$. Metode kuadrat terkecil adalah meminimumkan jumlah kuadrat dari galat yaitu $\sum \epsilon_i^2$.

Uji diagnostik adalah uji yang dilakukan untuk menguji kesesuaian model. Uji diagnostik perlu dilakukan untuk membuktikan bahwa model tersebut cukup memadai dan menentukan model mana yang terbaik untuk peramalan [5].

Analisis data tidak dapat dilakukan tanpa teknik yang tepat. Artinya, analisis yang handal seharusnya memanfaatkan keakuratan dan kecepatan perhitungan dengan paket komputasi statistik *Software R* digunakan dalam menganalisis data. *R* menyediakan berbagai teknik statistika (permodelan linier dan *nonlinier*, uji statistik klasik, analisis deret waktu, klasifikasi, klusterisasi, dan sebagainya) serta grafik. Untuk keperluan analisa *time series*, telah tersedia cukup lengkap paket atau *library* dari *R*.

3. Metodologi Penelitian

Prosedur atau tahapan-tahapan yang akan dilakukan dalam penelitian ini, adalah sebagai berikut:

1. Data

Data yang akan digunakan adalah data inflasi di Kota Manado, Palu, dan Makasar periode bulan Januari 2010 sampai dengan bulan Desember 2014.

2. Stasioneritas data

Data inflasi di Kota Manado, Palu, dan Makasar akan diuji kestasionerannya untuk memperkecil kekeliruan model, jika data tidak stasioner dalam rata-rata harus dilakukan proses selisih (*differencing*).

3. Identifikasi Model

Model *time series* dikatakan baik apabila kesalahan (*error*) kecil. Dengan menggunakan plot ACF dan PACF dapat ditentukan model ARIMA.

4. Estimasi Parameter

Untuk menaksir parameter yang digunakan adalah Metode Kuadrat Terkecil (*Least Square Method*) dengan menggunakan *Software R*.

5. Uji Diagnostik

Dalam penaksiran parameter, dilakukan uji diagnosis untuk melihat apakah galat (*error*) yang dihasilkan sudah berdistribusi normal dan layak untuk digunakan.

6. Prediksi

Model GSTAR yang diperoleh digunakan untuk memprediksi data inflasi di Kota Manado, Palu dan Makasar.

4. Hasil Dan Pembahasan

4.1. Analisis Data Model GSTAR Menggunakan *Software R*

Data yang akan digunakan untuk dianalisis adalah data Inflasi tiga kota di Sulawesi, yaitu Kota Manado, Kota Palu, dan Kota Makasar periode bulan Januari 2010 sampai dengan bulan Desember 2014. Berikut akan dianalisa model GSTAR dengan data inflasi tersebut menggunakan *software R*.

Menginput data inflasi kota Manado, Palu, dan Makasar dalam *software R* adalah sebagai berikut :

Inflasi.Mdo = c(0.41, 0.49, ..., 1.42, 1.56, 3.83), data yang digunakan sebanyak 60 data, yaitu data inflasi kota Manado mulai bulan Januari 2010 sampai dengan bulan Desember 2014

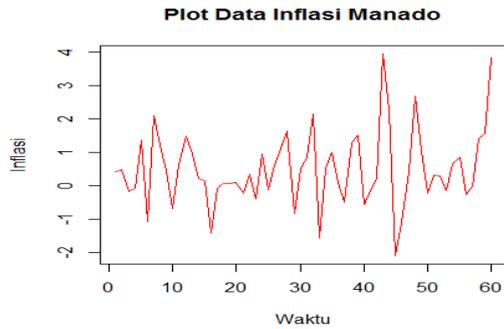
Inflasi.Palu = c(0.12, -0.1, ..., 1.31, 0.21, 2.68), data yang digunakan sebanyak 60 data, yaitu data inflasi kota Palu pada bulan Januari 2010 sampai dengan Desember 2014.

Inflasi.Mksr = c(1.3, 0.1, ..., 0.43, 1.36, 2.69), data yang digunakan sebanyak 60 data. Yaitu data inflasi kota Makasar antara bulan Januari 2010 sampai dengan Desember 2014.

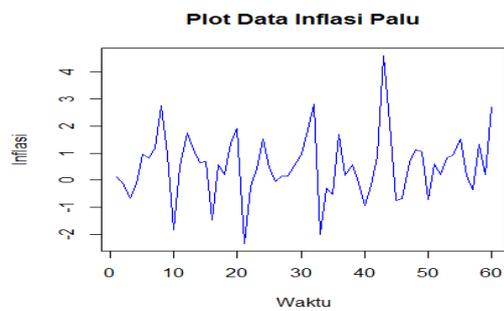
Memplotkan data inflasi kota Manado, Palu, dan Makasar dalam *software R* adalah sebagai berikut:

```
ts.plot (Inflasi.Mdo, col="red",main="Plot Data Inflasi Manado",
        xlab="Waktu", ylab="Inflasi")
ts.plot (Inflasi.Palu, col="blue",main="Plot Data Inflasi Palu",
        xlab="Waktu", ylab="Inflasi")
ts.plot (Inflasi.Mksr, col="brown",main="Plot Data Inflasi Makasar",
        xlab="Waktu", ylab="Inflasi")
```

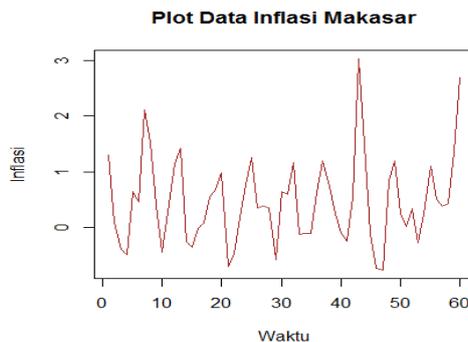
Plot data inflasi kota Manado, Palu dan Makasar disajikan pada Gambar 1, 2, dan 3.



Gambar 1. Plot Data Inflasi Kota Manado Periode Bulan Januari 2010 – Desember 2014



Gambar 2. Plot Data Inflasi Kota Palu Periode Bulan Januari 2010 – Desember 2014



Gambar 3. Plot Data Inflasi Kota Makasar Periode Bulan Januari 2010 sampai dengan Bulan Desember 2014.

Digunakan juga uji Kolmogorov-Smirnov untuk menguji kenormalan data inflasi Manado, Palu, dan Makasar, dengan taraf nyata adalah 95% atau $\alpha = 0.05$. Untuk $\alpha = 0,05$ dan derajat bebas $n = 60$ maka dari tabel Kolmogorov Smirnov diperoleh nilai $D_\alpha (D_{0,05 ; 60}) = 0,172$. Hasil uji menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dalam *Software R* adalah seperti berikut.

```
> ks.test(Inflasi.Mdo,"pnorm")
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
data: Inflasi.Mdo
D = 0.2308, p-value = 0.003355
alternative hypothesis: two-sided

> ks.test(Inflasi.Palu,"pnorm")
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
data: Inflasi.Palu
D = 0.2478, p-value = 0.001265
alternative hypothesis: two-sided

> ks.test(Inflasi.Mksr,"pnorm")
One-sample Kolmogorov-Smirnov test
data: Inflasi.Mksr
D = 0.2522, p-value = 0.0009664
alternative hypothesis: two-sided
```

Stasioneritas berarti bahwa tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut (Makridakis dkk, 1999). Dari Gambar plot, terlihat bahwa fluktuasi data berada disekitaran satu titik yang konstan. Selain itu, dari hasil uji Kolmogorov-Smirnov perolehan nilai $D = 0.2308$ untuk Kota Manado, $D = 0.2478$, untuk Kota Palu, dan $D = 0.2522$ untuk Kota Makasar. Dapat dilihat nilai D yang diperoleh dari tiga lokasi tersebut yaitu $D > D_\alpha$, dalam artian bahwa data inflasi untuk Kota Manado, Palu, dan Makasar terdistribusi secara normal. Dengan

demikian dapat dikatakan data inflasi kota Manado, Palu, dan Makasar sudah stasioner dan tidak perlu dilakukan *differencing*.

4.2. Penaksiran Parameter Model GSTAR Tiga Lokasi

Persamaan Model GSTAR untuk tiga lokasi, ditulis sebagai berikut:

$$Z_1(t) = a_1 Z_1(t-1) + b_1 w_{12} Z_2(t-1) + b_1 w_{13} Z_3(t-1) + \varepsilon_1(t) \quad (5)$$

$$Z_2(t) = a_2 Z_2(t-1) + b_2 w_{21} Z_1(t-1) + b_2 w_{23} Z_3(t-1) + \varepsilon_2(t) \quad (6)$$

$$Z_3(t) = a_3 Z_3(t-1) + b_3 w_{31} Z_1(t-1) + b_3 w_{32} Z_2(t-1) + \varepsilon_3(t) \quad (7)$$

Menentukan parameter Model GSTAR menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) adalah

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{Y} \quad (8)$$

Nilai-nilai parameter dihitung menggunakan *software* R, dengan pengolahan data seperti berikut.

```
Inflasi.Mdo1 = Inflasi.Mdo[-1]      #Data inflasi kota manado dikurangi data ke-1 pada t=1
Inflasi.Palu1 = Inflasi.Palu[-1]
Inflasi.Mksr1 = Inflasi.Mksr[-1]

Inflasi.Mdo59 = Inflasi.Mdo[-60]    #Data inflasi kota manado dikurangi data ke-60 pada t=60
Inflasi.Palu59 = Inflasi.Palu[-60]
Inflasi.Mksr59 = Inflasi.Mksr[-60]

#BOBOT LOKASI
V1.Mdo = 0.5*(Inflasi.Palu59+Inflasi.Mksr59)
V2.Palu = 0.5*(Inflasi.Mdo59+Inflasi.Mksr59)
V3.Mksr = 0.5*(Inflasi.Mdo59+Inflasi.Palu59)

#NOL
NOL59 = rep(0, 59)

#Matriks X
X = matrix(c(Inflasi.Mdo59, NOL59, NOL59, NOL59, Inflasi.Palu59, NOL59, NOL59,
             NOL59, Inflasi.Mksr59, V1.Mdo, NOL59, NOL59, NOL59, V2.Palu, NOL59,
             NOL59, NOL59, V3.Mksr), ncol = 6)

t(X)
Mtrx = t(X)%*%X
Inv.Mtrx=solve(Mtrx)

#Matriks Y
Y = matrix(c(Inflasi.Mdo1, Inflasi.Palu1, Inflasi.Mksr1), ncol = 1)

#PARAMETER
parm = Inv.Mtrx%*%t(X)%*%Y
dengan nilai parameter yang diperoleh, yaitu
> parm
      [,1]
[1,] 0.08516376
[2,] 0.02204847
[3,] 0.38024151
[4,] 0.24562930
[5,] 0.42804085
[6,] 0.16422844
```

Dari hasil penentuan parameter dan penentuan matriks bobot, selanjutnya akan ditentukan model GSTAR data inflasi kota Manado, Palu, dan Makasar periode bulan Januari 2010 sampai Desember 2014.

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.085Z_1(t-1) \\ 0.022Z_2(t-1) \\ 0.380Z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.1225 & 0.1225 \\ 0.214 & 0 & 0.2140 \\ 0.082 & 0.0820 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Dari persamaan (9) dapat dituliskan model GSTAR untuk prediksi inflasi kota Manado, Palu, dan Makasar, sebagai berikut :

$$1. \text{ Kota Manado} : \hat{Z}_1(t) = 0.085Z_1(t-1) + 0.1225Z_2(t-1) + 0.1225Z_3(t-1) \quad (10)$$

$$2. \text{ Kota Palu} : \hat{Z}_2(t) = 0.022Z_2(t-1) + 0.214Z_1(t-1) + 0.2140Z_3(t-1) \quad (11)$$

$$3. \text{ Kota Makasar} : \hat{Z}_3(t) = 0.380Z_3(t-1) + 0.082Z_1(t-1) + 0.0820Z_2(t-1) \quad (12)$$

4.3. Prediksi Data Inflasi di Kota Manado, Palu, dan Makasar

Untuk mengetahui kondisi data Inflasi yang sebenarnya dengan data Inflasi hasil prediksi menggunakan model GSTAR maka dilakukan Prediksi. Prediksi tidak harus memberikan jawaban secara pasti kejadian yang akan terjadi, melainkan mencari jawaban sedekat mungkin yang akan terjadi. Perbandingan data inflasi yang sebenarnya dengan data inflasi hasil prediksi dapat dilihat melalui interpretasi grafik yang dilakukan dalam *software* R, sebagai berikut:

```
par(mfrow=c(1,1));
ts.plot(Inflasi.Mdo, xlim=c(1,65), ylim=c(-3,4), col="blue", xlab="waktu", ylab="Inflasi Manado",
      main="Perbandingan Data Inflasi dan Hasil Prediksi Kota Manado");
par(new=T)
ts.plot(Pre.Mdo, xlim=c(1,65), ylim=c(-3,4), col="red", xlab="", ylab="");

par(mfrow=c(1,1))
ts.plot(Inflasi.Palu, xlim=c(1,65), ylim=c(-3,4), col="blue", xlab="waktu", ylab="Inflasi Palu",
      main="Perbandingan Data Inflasi dan Hasil Prediksi Kota Palu");
par(new=T)
ts.plot(Pre.Palu, xlim=c(1,65), ylim=c(-3,4), col="red", xlab="", ylab="");

par(mfrow=c(1,1))
ts.plot(Inflasi.Mksr, xlim=c(1,65), ylim=c(-3,4), col="blue", xlab="waktu", ylab="Inflasi Makasar",
      main="Perbandingan Data Inflasi dan Hasil Prediksi Kota Makasar");
par(new=T)
ts.plot(Pre.Mksr, xlim=c(1,65), ylim=c(-3,4), col="red", xlab="", ylab="");
```

Untuk prediksi Bulan Januari data inflasi Kota Manado, Palu dan Makasar dalam *software* R, adalah sebagai berikut

$$\text{Jan.Mdo} = 0.085*3.83 + ((0.1225*2.68) + (0.1225*2.69))$$

$$\text{Jan.Palu} = 0.022*2.68 + ((0.214*3.83) + (0.2140*2.69))$$

$$\text{Jan.Mksr} = 0.380*2.69 + ((0.082*3.83) + (0.0820*2.68))$$

Dengan hasil prediksi yang diperoleh untuk Kota Manado = 0.98, Kota Palu = 1.45, dan Kota Makasar = 1.55.

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, maka kesimpulan yang dapat diambil yaitu :

1. Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) data dianalisis menggunakan *software* R. Untuk menganalisis data model GSTAR dilakukan mulai dari menginput data, memplot data untuk menguji kestasioneran data, menaksir parameter, membuat model, dan uji diagnostik pada model yang diperoleh. Model GSTAR untuk data inflasi Kota Manado, Palu, dan Makasar diperoleh secara berturut- turut adalah:

$$\hat{Z}_1(t) = 0.085Z_1(t - 1) + 0.1225Z_2(t - 1) + 0.1225Z_3(t - 1),$$

$$\hat{Z}_2(t) = 0.022Z_2(t - 1) + 0.214Z_1(t - 1) + 0.2140Z_3(t - 1),$$

$$\hat{Z}_3(t) = 0.380Z_3(t - 1) + 0.082Z_1(t - 1) + 0.0820Z_2(t - 1).$$
2. Model GSTAR yang diperoleh cukup baik untuk meramal data inflasi ditiga kota tersebut.

Daftar Pustaka

- [1] Ruchjana, B. N. 2002. Pemodelan Kurva Produksi Minyak Bumi Menggunakan Model Generalized STAR. *Forum Statistika dan Komputasi*, IPB, Bogor.
- [2] Latupeirissa, Y. M. A. 2014. Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) Orde-1 dan Penerapannya Pada Prediksi Harga Beras di Kota Bitung, Kabupaten Minahasa, dan Kabupaten Minahasa Selatan [Skripsi]. FMIPA UNSRAT. Manado
- [3] Rosadi, D. 2009. Pemanfaatan Software Open Source R dalam pemodelan ARIMA. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika; Yogyakarta, 5 Desember 2009*. Himpunan Matematika Indonesia (Indo-MS) Wilayah Jateng dan DIY.Hlm 786-795.
- [4] Borovkova, S.A, dkk. 2008. Consistency and Asymptotic Normality of Least Square Estimators in Generalized STAR Models. *Journal Compilation Statistica Neerlandica*, Neerlandica, 62 (4): 482-508. .
- [5] Makridakis, S., S.C. Wheelwright dan V.E. McGee. 1999. Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1 Edisi Kedua.Terjemahan Ir. Untung S. Andriyanto dan Ir. Abdul Basith. Erlangga, Jakarta.